Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра Информатики и прикладной математики

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для выполнения работ компьютерного практикума по дисциплине

Информационные технологии

080301

Часть 2

«Численные методы, алгоритмы и программы решения задач на ЭВМ»

Студент: _____

Институт:_ _____

Курс: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

Москва 2021

Результаты сдачи контрольных мероприятий студентом _____			
Контрольное мероприятие	Преподаватель	Отметка о зачете	Подпись
Практическая работа 1 СЛАУ Метод Гаусса			
Практическая работа 2 СЛАУ Итерац. методы			
Практическая работа 3 Задача о собственных числах			
Практическая работа 4 Численное интегрирование			
Практическая работа 5 Нелинейное уравнение			
Практическая работа 6 МКР			
Контрольная работа			
Результат текущего контроля			

Рабочая тетрадь предназначена для студентов всех специальностей и направлений подготовки 080301 НИУ МГСУ, изучающих курс «Информационные технологии». В тетради приведены формы для оформления результатов ручного счета и для результатов выполнения работы на ЭВМ.

Принятые в заданиях номера институтов НИУ МГСУ

Институты	ИСА	ИГЭС	ИИЭСМ	ИЦТиМС	ИЭУИС	МФ (мытищ.филиал)
К	1	2	3	4	5	6

**** – Обозначение задач повышенной трудности**

Практическая работа № 1

Часть 1. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса

Задание 1.1. Решить заданную СЛАУ методом Гаусса.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу

Выполнение лабораторной работы

Вариант: S=_____ , G=_____ , K=_____

Условие: исходная система уравнений:

$$\begin{cases} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{cases}$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{c:c:c||c} & & & \\ \hdashline & & & \\ \hdashline & & & \end{array}\right]$$

Прямой ход

1-й шаг

$$\left[\begin{array}{c:c:c||c} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad \end{array}\right]$$

2-й шаг

$$\left[\begin{array}{c:c:c||c} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad \end{array}\right]$$

Обратный ход

Система с треугольной матрицей:

$$\begin{cases} X_1 \qquad X_2 \qquad X_3 = \\ \qquad\quad X_2 \qquad X_3 = \\ \qquad\qquad\quad X_3 = \end{cases}$$

Вычисление неизвестных

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ.: $X_1 =$ _____ ; $X_2 =$ _____ ; $X_3 =$ _____ .

Практическая работа № 1. Часть1	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет Часть1	*Преподаватель*		

Часть 2. Вычисление обратной матрицы и определителя.

Задание 1.2. Для матрицы заданной СЛАУ вычислить обратную матрицу и определитель.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу.

Выполнение практической работы

Вариант: S=_____ , G=_____ , K=_____

Условие: исходная матрица

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc||ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array}\right]$$

Прямой ход

1-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}\right]$$

2-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}\right]$$

Определитель матрицы: **Δ**= _____

Обратная матрица

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{pmatrix}$$

Вычисление элементов 1-го столбца обратной матрицы

$$\begin{cases} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & & \tilde{a}_{31} = \end{cases}$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 2-го столбца обратной матрицы

$$\begin{cases} \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & & \tilde{a}_{32} = \end{cases}$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 3-го столбца обратной матрицы

$$\begin{cases} \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & & \tilde{a}_{33} = \end{cases}$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ: $A^{-1} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Δ = _____

Практическая работа № 1 Часть 2.	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет Часть 2:	*Преподаватель*		

Текст программы для 1 работы (часть 1 и часть2)

Результаты счета

Практическая работа № 1.	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение на ЭВМ:	*Преподаватель*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет	*Преподаватель*		
Защита работы	*Преподаватель*		

Практическая работа № 2

Решение системы линейных уравнений итерационными методами

Задание 2.1

1. Для заданной СЛАУ сделать по 3 шага по итерационным схемам методов простой итерации и Зейделя (ручной счет).
2. Решить СЛАУ на ЭВМ методом простой итерации или методом Зейделя (по указанию преподавателя).

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу

Выполнение практической работы

Вариант: S=_____ , G=_____ , K=_____

Условие: исходная система уравнений:

$$\begin{cases} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{cases}$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Преобразованная система уравнений:

$$\begin{cases} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{cases}$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Схема пересчета:

$$\begin{cases} X_1 = (\quad X_2 \quad X_3)/ \\ X_2 = (\quad X_1 \quad X_3)/ \\ X_3 = (\quad X_1 \quad X_2)/ \end{cases}$$

Ручной счет задачи 2.1

а) Расчет по методу простой итерации

Схема пересчета:

$$\begin{cases} X_1^{k+1} = \left(\qquad\qquad X_2^{k} \qquad X_3^{k} \right) / \\ X_2^{k+1} = \left(\qquad\qquad X_1^{k} \qquad X_3^{k} \right) / \\ X_3^{k+1} = \left(\qquad\qquad X_1^{k} \qquad X_2^{k} \right) / \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 \approx$ _____ ; $X_2 \approx$ _____ ; $X_3 \approx$ _____ .

б) Расчет по методу Зейделя

Схема пересчета:

$$\begin{cases} X_1^{k+1} = \left(\qquad X_2^{k} \qquad X_3^{k} \right) / \\ X_2^{k+1} = \left(\qquad X_1^{k+1} \qquad X_3^{k} \right) / \\ X_3^{k+1} = \left(\qquad X_1^{k+1} \qquad X_2^{k+1} \right) / \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 \approx$ _____ ; $X_2 \approx$ _____ ; $X_3 \approx$ _____ .

Текст программы задачи 2.1 (метод _____)

Результаты счета ЭВМ задачи 2.1

Практическая работа № 2.	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение на ЭВМ:	*Преподаватель*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет:	*Преподаватель*		
Защита работы	*Преподаватель*		

Практическая работа № 3

Вычисление собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы

Задание. Вычислить собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы A на ЭВМ по стандартной подпрограмме **eig** и определить максимальное по модулю собственное число и соответствующий ему собственный вектор степенным методом (ручной счет).

Варианты задания

$$A = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} p & m & 2S \\ m & 2p+S & m \\ 2S & m & p \end{bmatrix},$$

где

$$p = 2(G+S),\ m = -p + S\ ,$$

S- номер студента по списку в журнале, G- номер группы.

Выполнение практической работы

Вариант: *S*=_____ , *G*=_____

Условие: исходная матрица для вычисления на ЭВМ

$$6A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Исходная матрица для ручного счёта: *A=1/6A*.

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Начальное приближение: $\overline{u}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

0-й шаг: $\alpha_0 =$ _____

$$\overline{w}^{(0)} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}; \qquad \overline{u}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}$$

1-й шаг: $\alpha_1 =$ _____

$$\overline{w}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}; \qquad \overline{u}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}$$

2-й шаг: $\alpha_2 =$ _____

$$\overline{w}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}; \qquad \overline{u}^{(3)} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}$$

3-й шаг:

$\alpha_3 =$ _____ $\qquad \overline{w}^{(3)} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix};$

Оценка погрешности: _____

Ответ: $\lambda_1 \approx$ _____; $\quad \overline{x}^1 = \begin{bmatrix} \cdots \\ \\ \cdots \end{bmatrix}.$

Текст программы

Результаты счета

Практическая работа № 3.	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение на ЭВМ:	*Преподаватель*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет:	*Преподаватель*		
Защита работы	*Преподаватель*		

Практическая работа № 4

Численное интегрирование

Задание.4.1. 1. Вычислить определенный интеграл от полинома третьей степени:

$$s = \int_0^3 f(x)dx$$

вручную по формулам методов прямоугольников, трапеций, Симпсона, приняв n=4.

2. Вычислить заданный интеграл на ЭВМ.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3,$$

где

$$a_0 = -\widetilde{S}(\widetilde{G}^2 + \widetilde{S}^2), \quad a_1 = (\widetilde{G} + \widetilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\widetilde{G} + \widetilde{S}), \quad a_3 = 1,$$

$$\widetilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \widetilde{S} = \frac{S}{10} \quad ,$$

S - номер студента по журналу, G- номер группы

Выполнение лабораторной работы

Вариант: S=_____ , G=_____

Условие: вычислить интеграл $\int_0^3 f(x)dx$, где $f(x) =$ _____

Ручной счет

n=4; h=_____

а) Вычисление интеграла методом прямоугольников

i	x_i	y_i
1		
2		
3		
4		

$\int_0^3 f(x)dx \approx$ _____

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx$_____

б) Вычисление интеграла методом трапеций

i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$\int_0^3 f(x)dx \approx$ _____

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx$ _____

в) Вычисление интеграла методом Симпсона

i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$\int_0^3 f(x)dx \approx$ _____

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx$ _____

Текст программы

Результаты счета ЭВМ

Практическая работа №4	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение на ЭВМ:	*Преподаватель*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет:	*Преподаватель*		
Защита работы	*Преподаватель*		

Практическая работа № 5

Решение нелинейного уравнения

Задание 5.1.

1. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ методом половинного деления и методом Ньютона вручную. В критериях окончания счета для обоих методов принять $\varepsilon = 0.1$.

2. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ на ЭВМ методом половинного деления или методом Ньютона (по указанию преподавателя). В критериях окончания счета на ЭВМ для обоих методов принять $\varepsilon = 0.001$.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3,$$

где

$$a_0 = -\tilde{S}(\tilde{G}^2 + \tilde{S}^2), \quad a_1 = (\tilde{G} + \tilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\tilde{G} + \tilde{S}), \quad a_3 = 1,$$
$$\tilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \tilde{S} = \frac{S}{10},$$

S - номер студента по журналу, *G*- номер группы.

Выполнение лабораторной работы

Вариант: *S*=_____ , *G*=_____

f(x)=_____ на отрезке _____.

Ручной счет.

а) Вычисление корня методом половинного деления.

k	*a*	*b*	*C=(a+b)/2*	*f(a)*	*f(b)*	*f(c)*	*b-a*
0							
1							
2							
3							
4							
5							

Ответ : *x*≈_____

б) Вычисление корня методом Ньютона.

$f(x)=$_____; $f'(x)=$_____; $x_0=$_____.

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	x_{k+1}	$\lvert x_{k+1} - x_k \rvert$
0					
1					
2					
3					
4					
5					

Ответ: $x \approx$ _____

Текст программы

метод_____

Результаты счета ЭВМ

Практическая работа №5	*Фамилия И. О.*	*Дата*	*Подпись*
Работу выполнил:	*Студент*		
Выполнение на ЭВМ:	*Преподаватель*		
Выполнение в Excel:	*Преподаватель*		
Ручной счет:	*Преподаватель*		
Защита работы	*Преподаватель*		

Практическая работа № 6

Компьютерные методы расчета элементов строительных конструкций

Решение краевой задачи методом конечных разностей

Задание 6.1. Решить краевую задачу методом конечных разностей.

Постановка задачи:

$$\begin{cases} y'' + p(x)y = f(x); \quad x \in (0, l) \\ \left.\begin{matrix} y(0) = g_1 \\ y(l) = g_2 \end{matrix}\right\} - \textit{краевые} \quad \textit{условия} \end{cases}$$

l=**1**___, g_1=**0**___, g_2=**0**___, c=(s+g)/25=____

$$p(x) = -\frac{s}{\ell^2 + 4x(\ell - x)} = -\frac{\quad}{1 + 4x(1 - x)}$$

$$f(x) = -c \cdot [2 - p(x) \cdot x \cdot (\ell - x)] =$$

1. Решить задачу 6.1 на ЭВМ **(N=9).**
2. Решить задачу 6.1 вручную **(N=5).**

Выполнение практической работы 6.1

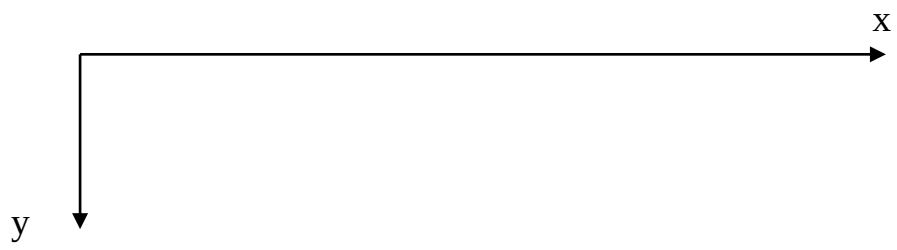
Вариант: S=_____ , G=_____ , K=_____

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=_9_ с нумерацией)

Текст программы задачи 6.1

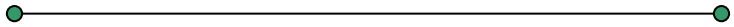
Результаты счета ЭВМ задачи 6.1

График полученной функции



Ручной счет задачи 6.1 *(N=5)*

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=_5 с нумерацией)



i=2 x_2=_____ p_2=_____ f_2=_____

i=3 x_3=_____ p_3=_____ f_3=_____

i=4 x_4=_____ p_4=_____ f_4=_____

Система конечно-разностных уравнений (для всех точек) .

Или, исключая $y_1 = y_5 = 0$,

Решение методом Гаусса

Расширенная матрица

Прямой ход

1-й шаг

$$\left[\begin{array}{c:c:c:c||c} & & & & \\ \hdashline & & & & \\ \hdashline & & & & \end{array}\right]$$

2-й шаг

$$\left[\begin{array}{c:c:c:c||c} & & & & \\ \hdashline & & & & \\ \hdashline & & & & \end{array}\right]$$

Обратный ход

Система с треугольной матрицей:

$$\begin{cases} \quad\quad\quad\